

## У СВЕТУ НЕОДРЕЂЕНОСТИ



У седмом разреду пројектни задатак „Веровали или не” увео те је у свет неодређености. Наиме, за најцењенија и најплаћенија занимања потребно је добро знање вероватноће. Сигурно се сећаш колико су тешка, али и изазовна питања на ову тему била прошле године. Предлажемо ти да се подсетиш тих питања пре него што кренеш даље у ову тему.

За почетак ево неких ситуација у свету неодређености које ће ти помоћи да освежиш своје знање вероватноће. То су питања слична онима која се срећу на разговорима за посао у најмоћнијим светским компанијама.



Игра „Човече не љути се” је некада била веома популарна, а игра се и дан данас.



„Не престајемо да се играмо зато што смо остарили, већ старимо зато што смо престали да се играмо.” Бенџамин Френклин, амерички научник и политичар (1706–1790)

**Питање 1:** Која су правила игре „Човече не љути се”?

На слици је класична табла за ту игру. Фигуре су постављене за почетак игре. Да би својом фигурицом изашао из куће, играч мора да добије број 6 на коцкици. На почетку је баца 3 пута.

**Питање 2:** Колика је вероватноћа да ће играч у та три бацања добити број 6?

**Питање 3:** Два поља испред твоје фигурице налази се фигурица противника и ти си на потезу. Колика је вероватноћа да ћеш после једног потеза (твог и противниковог) и даље бити иза противника?



Претходно питање није ни најмање наивно. Решавање проблема из вероватноће често захтева озбиљно истраживање. Када решаваш такве проблеме, потребно је да искористиш сва знања која си стекао/стекла до сада и да употребиш све своје „мисаоно оружје”.



**Питање 4:** Осмисли једно питање из вероватноће у вези с игром „човече, не љути се”.



Има игара у којима се не баца једна него две и више коцкица. У тим случајевима рачунање вероватноће постаје компликованије. Ево неких примера.



**Питање 5:** Колика је вероватноћа да при бацању двеју коцкица збир бројева буде 6?



**Питање 6:** Анита и Бојан бацају две коцкице. Ако је највећи добијени број 1, 2, 3 или 4, побеђује Анита. Ако је тај број 5 или 6, онда побеђује Бојан. Ко има веће шансе за победу?



Покушај самостално да решиш овај проблем. После тога погледај кратак филм Леонарда Баричела „Последња банана: мисаони експеримент у вероватноћи” („The last banana: A thought experiment in probability”, Leonardo Barichello).

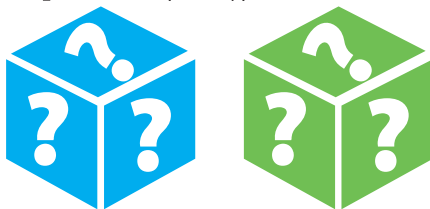
Бацање коцкице је начин да се добије случајан број од 1 до 6. Увек постоји сумња да онај ко баца коцкице може покретом руке да утиче на вероватноћу добијања појединих бројева. Некада се због тога користи чаша из које се баца коцкица/коцкице. И рачунар може да генерише случајне бројеве. Постоје онлајн генератори случајних бројева.



**Питање 7:** Истражи коју функцију у Екселу треба да употребиш за генерисање случајних бројева од 1 до 6?



**Питање 8:** Користећи функцију за генерисање случајних бројева у Екселу, процени вероватноћу да при бацању двеју коцкица падну два различита броја.



**Питање 9:** Израчунај вероватноћу да при бацању двеју коцкица падну два различита броја.



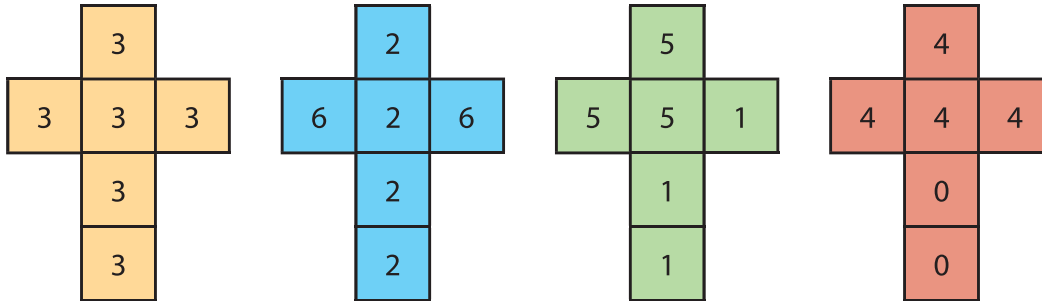
**Питање 10:** Користећи функцију за генерисање случајних бројева у Екселу, процени који је највероватнији збир када се баце три коцкице.



**Питање 11:** Израчунај вероватноће за све збирове из претходног питања.



Замисли да су бројеви на коцкици за игру друкчији. Погледај мреже четири коцкице с бројевима на странама. Брзо ћеш уочити да ако изабереш и бациш две коцкице не могу да падну исти бројеви.



**✂ Питање 12:** Ако ти неко понуди да изабереш једну од прве две коцкице, који би био твој избор?

Ево једне игре коју можеш да играш с другима и другарицама. Потребно је да направите горе приказане четири коцкице или симулатор за њих. За прву се симулатор једноставно прави. Друга и четврта су већи проблем јер не падају сви бројеви са истим вероватноћама. Када направите коцкице физички или виртуелно, нека први играч бира коцкицу, а затим и други. Потом оба играча бацају своје коцкице. Ко добије већи број осваја један поен. Победио је онај играч који први дође до 20 поена.

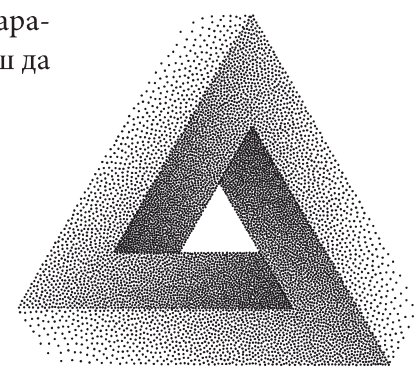


**💡 Питање 13:** Који је играч у предности, први или други?

Претходно питање веома је сложено, а одговор на њега врло је занимљив. Задатак је необичан и због тога што носи назив парадокс нетранзитивних коцкица. У претходној реченици можеш да приметиш две речи чије значење вероватно не знаш.

**🔍 Питање 14:** Шта је транзитивност?

**🔍 Питање 15:** Шта је парадокс?





Проблем три затвореника сличан је проблему Монтија Хола. Објављен је у колумни Мартина Гарднера, великог популаризатора математике, у чувеном часопису Scientific American 1959. године.

У причи постоје три затвореника А, Б и В. Гувернер је одлучио да ослободи једног од њих. Чувар у затвору зна који ће затвореник бити ослобођен. Затвореник А замолио је чувара да му каже име оног који неће бити ослобођен, и то на следећи начин:

- 1) ако ће Б бити ослобођен, чувар му каже „В”;
- 2) ако ће В бити ослобођен, чувар му каже „Б”;
- 3) ако ће он бити ослобођен, тада баца новчић и уколико падне писмо, чувар му каже „Б”, а ако падне глава, каже „В”.




Чувар је отишао да размисли да ли да прихвати предлог затвореника А и када се вратио рекао му је да прихвата игру и да неће пустити затвореника Б. Затвореник А се обрадовао јер је помислио да је сада вероватноћа да ће њега пустити  $1/2$ , а била је  $1/3$ . Одмах је затворенику В испричао целу причу, а овај се још више обрадовао јер је израчунао да је вероватноћа да ће он бити пуштен  $2/3$ .



 **Питање 16:** Који је затвореник у праву?

Још један проблем у вероватноћи чије решење изненађује јесте проблем рођендана. Замисли да си у просторији са још 22 особе и да ниједну од њих не познајеш нити знаш када је којој рођендан.



 **Питање 17:** Да ли је већа вероватноћа да ти и једна од њих славите рођендан истог дана или да сви славите рођендан различитог дана?

Покушај самостално да решиш овај проблем, а онда одгледај филм „Провери своју интуицију: проблем рођендана” аутора Дејвида Кнуфкеа („Check your intuition: The birthday problem”, David Knuffke).

Ово питање блиско је једном проблему с којим можеш да се сретнеш у свакодневном животу. То је проблем дупликата када скупљаш сличице. Замисли да скупљаш сличице и да су све одштампане у истом броју, односно да је вероватноћа добијања сваке сличице иста. Купио/купила си албум који има 400 празних места за сличице и 6 кесица у којима је по 5 сличица. Пре него што почнеш да решаваш проблем у следећем питању, покушај да погодиш његово решење.

**Питање 18:** Колика је вероватноћа да ћеш добити бар један дупликат?

Да ли се решење претходног питања поклапа с твојом интуицијом? А шта мисле твоји другари?



У животу често доносимо одлуке на основу процене колика је вероватноћа да ће се нешто догодити. Због тога је веома важно да овладаш концептом вероватноће и научиш да израчунаваш и процењујеш вероватноћу у реалним ситуацијама.

